Die Gibbsche Fundamental als Werkzeug der Relativitätstheorie

M. Pohlig

Karlsruhe Institut für Technologie (KIT)

Ziele

Der Zugang zur RT geht üblicherweise über Synchronisationen von Uhren und man setzt, gleichsam als Axiom, die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit voraus.
Wir wollen einen anderen Weg gehen und setzen an Stelle der Invarianz der Lichtgeschwindigkeit die Gleichheit von Masse und Energie.

Der hier vorgeschlagene Weg ist einfacher und erzwingt auf einfache Weise die Verschmelzung von Raum und Zeit.

Bei Bezugssystemwechsel interessiert oft nur das Verhalten mechanischer und elektrodynamischer Größen. Allerdings verändern auch thermodynamische und chemische Größen Ihre Werte.

1. Gibbsche Fundamentalform

2. Masse = Energie: erste Folgerungen

3. Transformation der Temperatur

4. Verallgemeinerung

5. Verschmelzung von Raum und Zeit zur Raumzeit

6. Invarianz des Drucks

$$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + \mu_1\mathrm{d}n_1 + \mu_2\mathrm{d}n_2 + \ldots + \mu_k\mathrm{d}n_k$$

$$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + \mu\mathrm{d}n$$

$$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + \mu\mathrm{d}n + U\mathrm{d}Q + \mathbf{v}\cdot\mathrm{d}\mathbf{p} + \ldots$$

$$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + \mu\mathrm{d}n + U\mathrm{d}Q + \mathbf{v} \cdot \mathrm{d}\mathbf{p} + \ldots$$

$$\mathrm{d}E = v\mathrm{d}p$$

$$\mathrm{d}E = v\mathrm{d}p$$

$$\Delta E = \int_{E_0}^{E} \mathrm{d}E' = \int_0^p v\mathrm{d}p' = \int_0^p \frac{p'}{m}\mathrm{d}p' = \frac{p^2}{2m} = E_{\mathrm{kin}}$$

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{p^2}{2m}$$

1. Gibbsche Fundamentalform

2. Masse = Energie: erste Folgerungen

3. Transformation der Temperatur

4. Verallgemeinerung

5. Verschmelzung von Raum und Zeit zur Raumzeit

6. Invarianz des Drucks

$$\mathrm{d}E = v\mathrm{d}p$$

jetzt: $E = k \cdot m$

$$\mathrm{d}E = v\mathrm{d}p = \frac{p}{m}\mathrm{d}p = \frac{p}{\frac{E}{k}}\mathrm{d}p$$

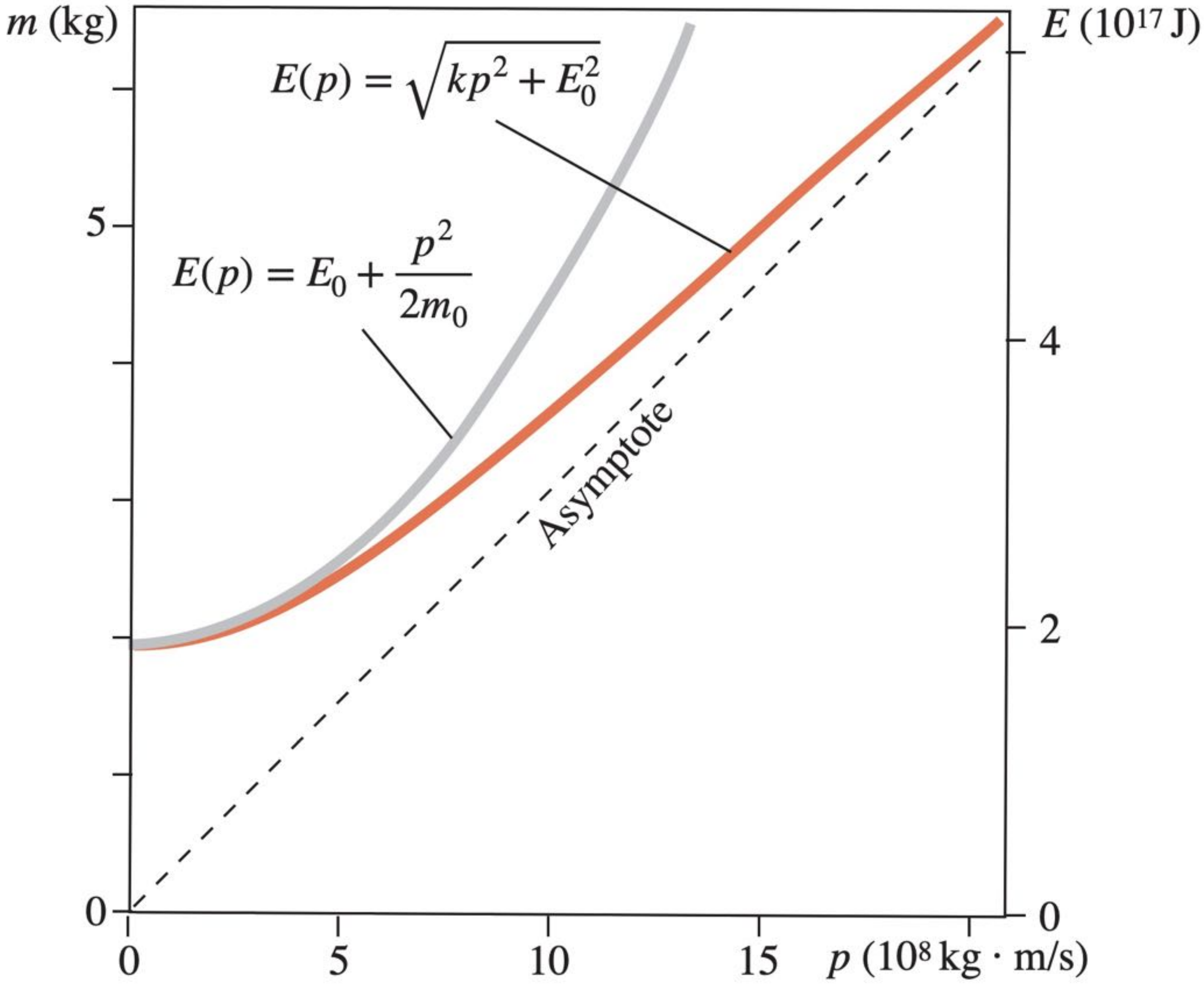
$$E\mathrm{d}E = kp\mathrm{d}p$$

$$\mathrm{d}E^2 = k\mathrm{d}p^2$$

$$E^2 = kp^2 + C$$

$$E^2 = kp^2 + E_0^2 \qquad E(p) = \sqrt{kp^2 + E_0^2}$$

$$\mathrm{d}E = v\mathrm{d}p \qquad E = k \cdot m \qquad E(p) = \sqrt{kp^2 + E_0^2}$$



$$E(p) = \sqrt{k} \cdot p$$

$$\mathrm{d}E = v\,\mathrm{d}p \qquad E = k \cdot m \qquad E(p) = \sqrt{kp^2 + E_0^2}$$

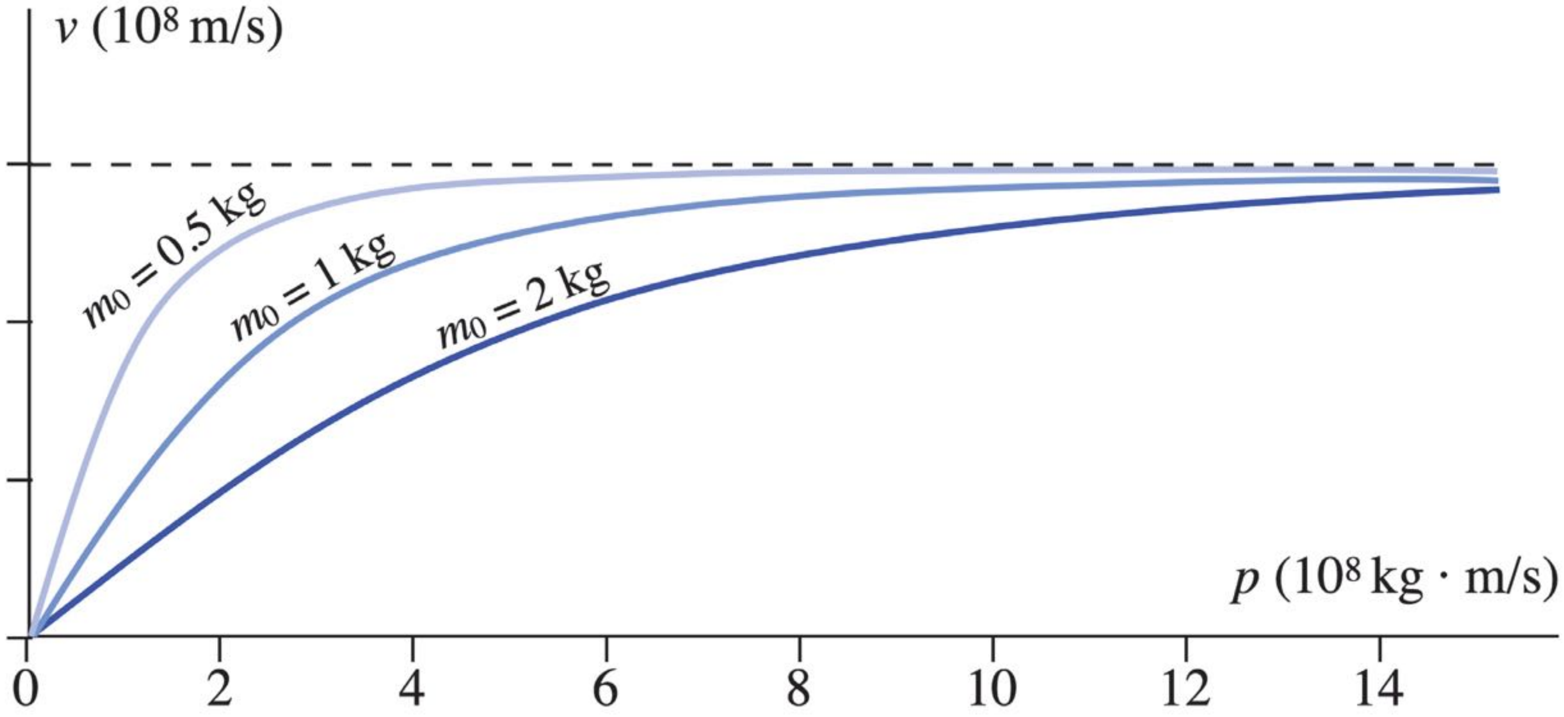
$$E(v) = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k}}}$$

$$\begin{aligned} E^2 &= p^2 k + E_0^2 \\ &= m^2 v^2 k + E_0^2 \\ &= \frac{E^2}{k^2} v^2 k + E_0^2 \\ &= \frac{E^2}{k} v^2 + E_0^2 \end{aligned}$$

$$E^2 (1 - \frac{v^2}{k}) = E_0^2$$

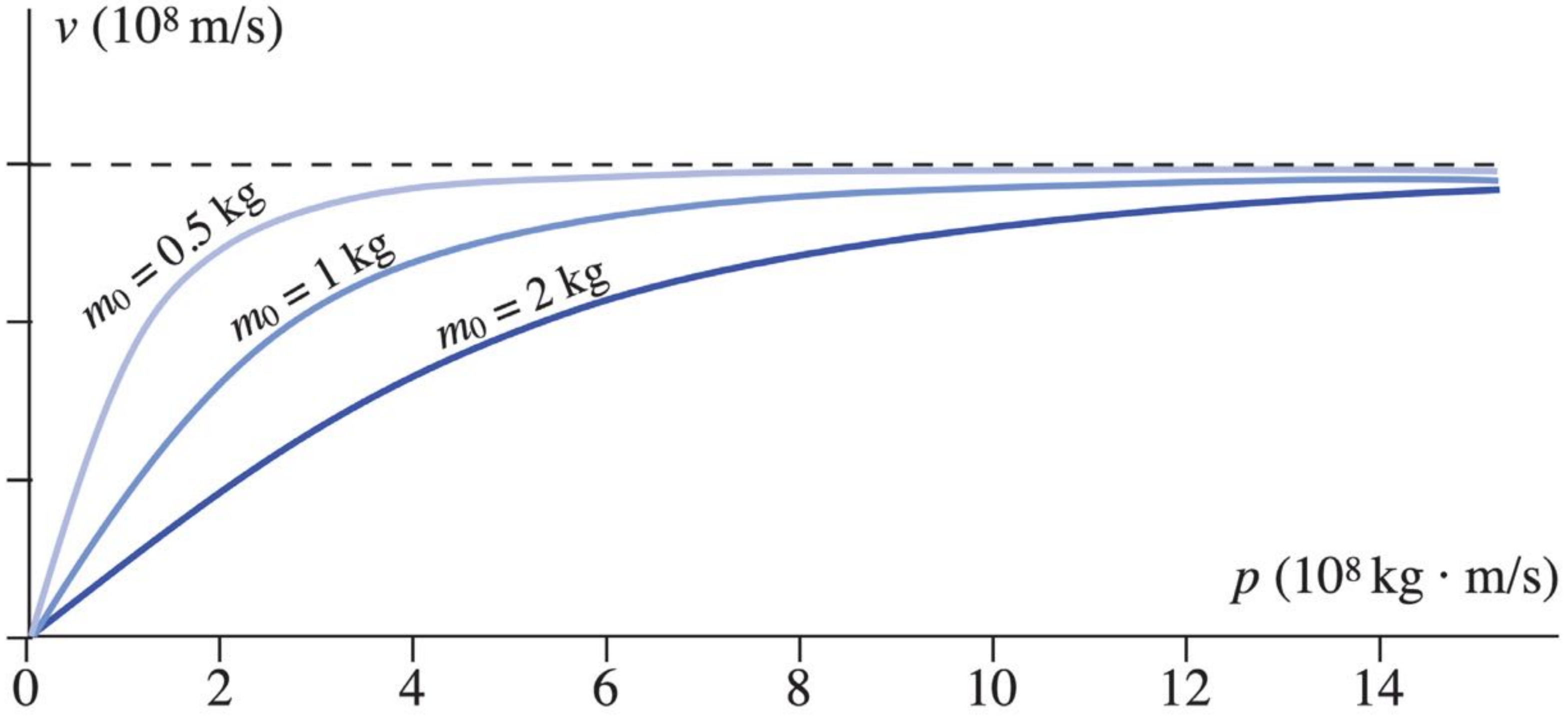
$$\mathrm{d}E = v\mathrm{d}p \qquad E = k \cdot m \qquad E(p) = \sqrt{kp^2 + E_0^2}$$

$$v(p) = \frac{kp}{\sqrt{E_0^2 + kp^2}} = \frac{kp}{\sqrt{k^2 m_0^2 + kp^2}}$$



$$\mathrm{d}E = v\mathrm{d}p \qquad E = k \cdot m \qquad E(p) = \sqrt{kp^2 + E_0^2}$$

$$v(p) = \frac{kp}{\sqrt{E_0^2 + kp^2}} = \frac{kp}{\sqrt{k^2 m_0^2 + kp^2}} \qquad \lim_{p\to\infty} v(p) = \lim_{p\to\infty} \frac{kp}{\sqrt{E_0{}^2 + kp^2}} = \sqrt{k} = c$$



$$\mathrm{d}E = v\,\mathrm{d}p \qquad \boldsymbol{E = mc^2} \qquad E(p) = \sqrt{c^2p^2 + E_0^2}$$

Liefert die üblichen Formeln ohne großen Aufwand

$$E(v) = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_{\text{rel}}$$

$$p(v) = \frac{p_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\mathrm{d}E = v\,\mathrm{d}p \qquad E = mc^2 \qquad E(p) = \sqrt{c^2p^2 + E_0^2}$$

$$E_0^2 = E^2 - p^2c^2$$

Ändert sich p, dann ändert sich E, so dass E_0 gleich bleibt.

Invariante

Betragsquadrat des 4er-Impulses

$$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + \mu\mathrm{d}n + U\mathrm{d}Q + \mathbf{v}\cdot\mathrm{d}\mathbf{p} + \dots$$

$$\mathrm{d}E_0 = T_0\mathrm{d}S_0$$

$$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S + v\mathrm{d}p$$

$$\mathrm{d}p = \cancel{m\mathrm{d}v} + v\mathrm{d}m$$

$$= \frac{p}{m}\mathrm{d}m$$

$$= \frac{v}{c^2}\mathrm{d}E$$

$$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S + \frac{v^2}{c^2}\mathrm{d}E$$

$$\mathrm{d}E_0 = T_0 \mathrm{d}S_0$$

$$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S + \frac{v^2}{c^2}\mathrm{d}E$$

$$T\mathrm{d}S = (1 - \frac{v^2}{c^2})\mathrm{d}E$$

$$T\mathrm{d}S = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\mathrm{d}E_0$$

$$\mathrm{d}E_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} T\mathrm{d}S$$

$$\mathrm{d}E_0 = \boxed{T_0}\,\mathrm{d}S_0$$

$$\mathrm{d}E_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}T\mathrm{d}S$$

Entropie ist invariant

$$S = k \cdot \ln\Omega \qquad S = S_0$$

$$\mathrm{d}E_0 = \boxed{\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}T\mathrm{d}S_0$$

$$T = T_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Ein bewegter Körper ist kälter.

1. Gibbsche Fundamentalform

2. Masse = Energie: erste Folgerungen

3. Transformation der Temperatur

4. Verallgemeinerung

5. Verschmelzung von Raum und Zeit zur Raumzeit

6. Invarianz des Drucks

$$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + \mu\mathrm{d}n + U\mathrm{d}Q + \mathbf{v}\cdot\mathrm{d}\mathbf{p} + \ldots$$

invariante Größen

$$T = T_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad \mu = \mu_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad U = U_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$\mathrm{d}E = \xi\mathrm{d}X \qquad \xi = \xi_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

1. Gibbsche Fundamentalform

2. Masse = Energie: erste Folgerungen

3. Transformation der Temperatur

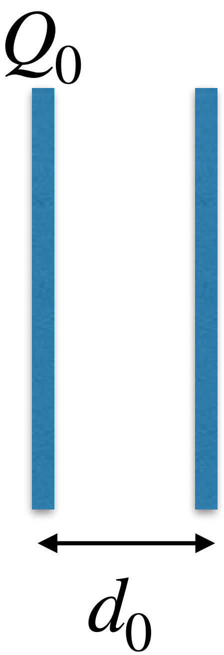
4. Verallgemeinerung

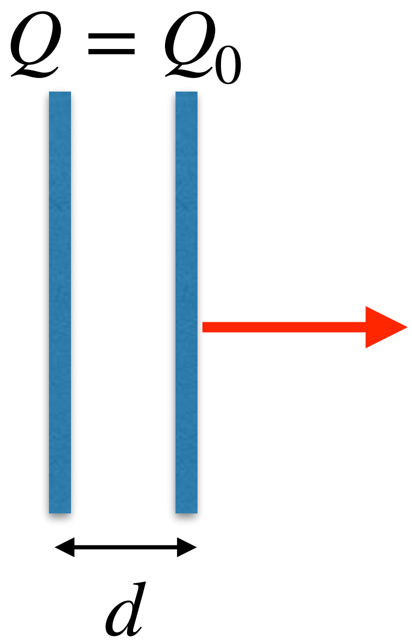
5. Verschmelzung von Raum und Zeit zur Raumzeit

6. Invarianz des Drucks

5. Verschmelzung von Raum und Zeit zur Raumzeit

$$U = U_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad l(v) = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$





$$Q_0 = C_0 \cdot U_0 = \boxed{\frac{\varepsilon_0 A}{d_0} \cdot U_0} \qquad Q_0 = C \cdot U = \boxed{\frac{\varepsilon_0 A}{d} \cdot U_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

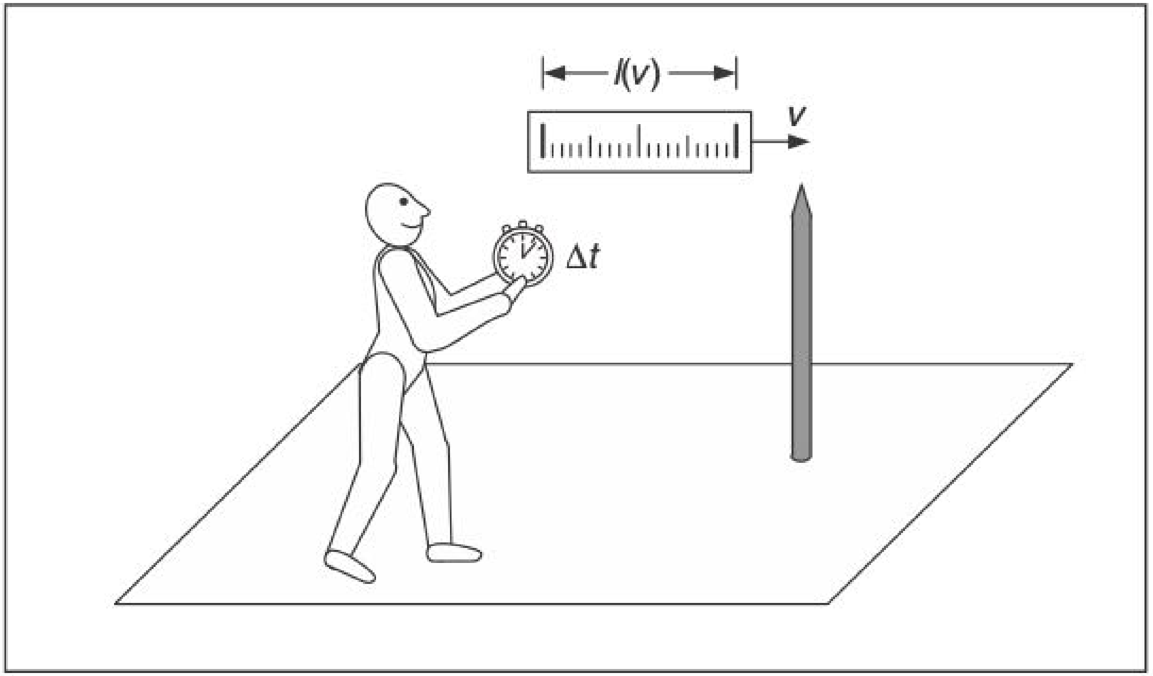
$$U = U_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad\qquad l(v) = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Bewegungsrichtung x:

$$E_x(v) = -\frac{\partial\varphi(v)}{\partial x(v)} = -\frac{\partial\varphi_0}{\partial x_0} = E_{x,0}$$

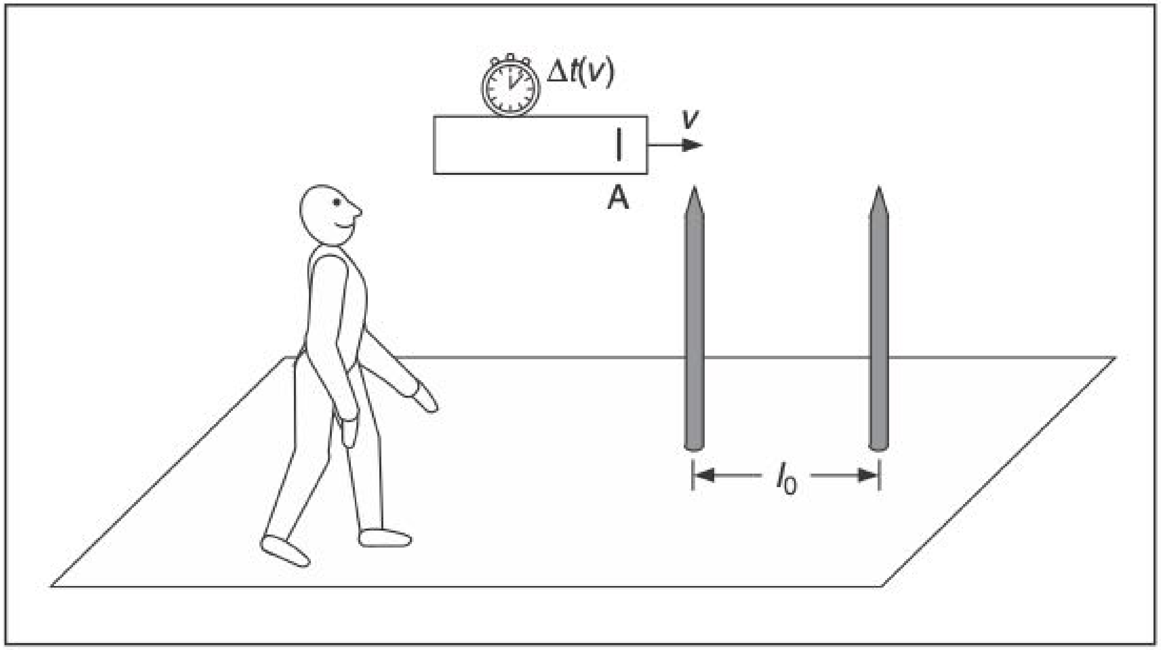
el. Feldstärke ist in Bewegungsrichtung invariant

$$l(v) = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$



$$v = \frac{l(v)}{\Delta t_0} = \frac{l_0}{\Delta t(v)}$$

$$\Delta t(v) = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



1. Gibbsche Fundamentalform

2. Masse = Energie: erste Folgerungen

3. Transformation der Temperatur

4. Verallgemeinerung

5. Verschmelzung von Raum und Zeit zur Raumzeit

6. Invarianz des Drucks

$$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V + \mu\mathrm{d}n + U\mathrm{d}Q + \mathbf{v}\cdot\mathrm{d}\mathbf{p} + \dots$$

$$\mathrm{d}E_0 = -p_0\mathrm{d}V_0$$

$$\mathrm{d}E = -p\mathrm{d}V + vdp$$

$$\mathrm{d}E = -p\mathrm{d}V + \frac{v^2}{c^2}dE$$

$$\mathrm{d}E(1 - \frac{v^2}{c^2}) = -p\mathrm{d}(A\cdot l)$$

$$\mathrm{d}E_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = -p\cdot A\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\cdot\mathrm{d}l_0$$

$$\mathrm{d}E_0 = -p\cdot A\cdot\mathrm{d}l_0$$

$$\mathrm{d}E_0 = -p\cdot\mathrm{d}V_0$$

$$\mathrm{d}E_0 = -\,p_0\mathrm{d}V_0 \qquad\qquad \mathrm{d}E_0 = -\,p \cdot \mathrm{d}V_0$$

$$p_0 = p$$

Der Druck ist Lorentz-invariant

1. Gibbsche Fundamentalform

2. Masse = Energie: erste Folgerungen

3. Transformation der Temperatur

4. Verallgemeinerung

5. Verschmelzung von Raum und Zeit zur Raumzeit

6. Invarianz des Drucks

Ziele

Der Zugang zur RT geht üblicherweise über Synchronisationen von Uhren und man setzt, gleichsam als Axiom, die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit voraus.
Wir wollen einen anderen Weg gehen und setzen an Stelle der Invarianz der Lichtgeschwindigkeit die Gleichheit von Masse und Energie.

Der hier vorgeschlagene Weg ist einfacher und erzwingt auf einfache Weise die Verschmelzung von Raum und Zeit.

Bei Bezugssystemwechsel interessiert oft nur das Verhalten mechanischer und elektrodynamischer Größen. Allerdings verändern auch thermodynamische und chemische Größen Ihre Werte.

EN
DE